

## پوشش ریسک با رگرسیون های خطی و شبکه های عصبی

فاطمه قنبرزاده عنبرانی

کارشناسی ارشد ریاضی مالی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

Fateme.gnz@gmail.com

### چکیده

در این پژوهش، شبکه های عصبی را به عنوان ابزارهای تخمین غیرپارامتری برای پوشش ریسک اختیارهای معامله بررسی می شود. بدین منظور، شبکه ای با نام هجنت (HEDGENET) طراحی شده که خروجی آن، یک استراتژی پوشش ریسک است. این شبکه، به منظور حداقل کردن خطای پوشش ریسک به جای خطای قیمت گذاری، آموزش داده می شود. این شبکه که در مورد مهلت زمان و قیمت های لحظه ای شاخص های اختیار معامله یورو استاکس ۵۰ و اس اند پی ۵۰۰ اعمال شده است، قابلیت کاهش معنادار خطای میانگین مربعات پوشش ریسک معیار بلک شولز را دارد. با این حال، می توان به مزیت مشابه از طریق رگرسیون های خطی ساده با احتساب اثر اهرم (لوریج) دست یافت.

**واژگان کلیدی:** الگوگیری؛ بلک شولز؛ خطای پوشش ریسک؛ نشت اطلاعات؛ اثر اهرم؛ پوشش ریسک آماری

## ۱. مقدمه

شبکه‌های عصبی مصنوعی (ANN) به عنوان یک ابزار غیر پارامتری برای مدیریت ریسک اختیار معامله، پیشنهاد شدند. در ادامه نشان می‌دهیم که برای تخمین نسبت پوشش ریسک بهینه، شبکه‌های عصبی مصنوعی برتری چندانی نسبت به رگرسیون‌های خطی که صرفاً از درجات حساسیت اختیار معامله استاندارد استفاده می‌کنند، ندارند.

ما به بررسی کاربرد مدیریت ریسک بدون و کاملاً مشخص شامل کاهش واریانس خطای پوشش ریسک در معامله اختیار معاملات روزانه می‌پردازیم. به طور دقیق‌تر، ما یک مدل یک دوره‌ای را در نظر گرفته و فرض می‌کنیم که یک عامل در حال معامله شورت (فروش) بر روی اختیار معامله (یا بخش کراس اختیار معاملات) است. بر اساس قرارداد حسابداری تعدیل حساب‌ها، کنترل مناسب خطای پوشش ریسک برای دوره‌های زمانی کوتاه حتی با احتساب اختیار معاملات دارای مهلت طولانی ضروری است. اپراتور به منظور کاهش واریانس سبد سهام، می‌تواند اختیار اصلی را خریداری کرده یا بفروشد. امروز او اختیار معامله را با قیمت  $C$  می‌فروشد. او هم اکنون می‌تواند  $\delta$  سهم شاخص اصلی را با قیمت  $S$  و  $\delta S$  واحد دارایی بدون ریسک را بخرد. همچنین ارزش سبد سهام امروز مساوی  $V = 0$  است. ارزش سبد کنونی او عبارتست از:

$$V_1^\delta = \delta S_1 + (1 + r_{\text{onr}} \Delta t)(C - \delta S) - C_1 \quad (1)$$

که  $C_1$  و  $S_1$  نشان دهنده قیمت‌های فردای شاخص اصلی و اختیار معامله،  $r_{\text{onr}}$  نرخ یک شبه‌ای است که عامل می‌تواند پول را قرض گرفته و قرض بدهد و  $\Delta t = 1/253$  است. هدف عامل، انتخاب  $\delta$  به نحوی است که واریانس ارزش ثروت فردا  $var[V_1^\delta]$  حداقل شود.

در ادامه، از آنجایی که مقدار  $\Delta t$  ناچیز است، می‌توانیم واریانس را با میانگین مربعات مورد انتظار، تقریب بزنیم. در واقع اگر بازده مورد انتظار بر ریسک برابر با بازده بدون ریسک باشد، مقدار مورد انتظار  $E[V_1^\delta]$  به طور کلی وابسته به  $\delta$  نیست. در واقع، هدف عامل حداقل کردن خطای میانگین مربعات پوشش ریسک (MSHE) است.

$$E[(V_1^\delta)^2] = E[(\delta S_1 + (1 + r_{\text{onr}} \Delta t)(C - \delta S) - C_1)^2] \quad (2)$$

حال فرض می‌کنیم که اختیار معامله، اختیار معامله خرید (call) اروپایی است. سپس گزینه ساده و استاندارد، استفاده از معیار دلتای بلک شولز حسابرس است (دلتا بلک شولز)

$$\delta_{BS} = N(d_1) \quad (3)$$

که  $N$  نشان دهنده تابع توزیع نرمال تجمعی است و

$$d_1 = \frac{1}{\sigma_{\text{impl}} \sqrt{\tau}} \left[ \ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2} \sigma_{\text{impl}}^2\right) \tau \right] \quad (4)$$

در این رابطه  $\tau$ ، زمان مشخص بر حسب نسبت سالانه،  $\sigma_{\text{impl}}$  نوسان ضمنی سالانه اختیار معامله،  $K$  قیمت اعمال و  $r$  نرخ بهره بدون ریسک متناظر با سررسید اختیار معامله است. عامل در پی انتخاب

$\delta = \delta_{BS}$  است؛ اگر اختیار معامله به صورت فروش (put) باشد، در این صورت او بر اساس برابری خرید-فروش،  $\delta = \delta_{BS} - 1$  را انتخاب می‌کند. از آنجایی که نرخ بهره  $r$  قابل اغماض است، اما فرض می‌کنیم که این پارامتر، صفر است. سپس می‌توان دلتا بلک شولز را به صورت تابعی از دو متغیر شامل وضعیت مالی  $M = S_0/K$  و ریشه مجذور کل واریانس ضمنی  $\sigma_{\text{impl}} \sqrt{\tau}$  نوشت. در این صورت، می‌توان به رابطه زیر دست یافت.

$$\delta_{BS} = f_{BS}(M, \sigma_{impl} \sqrt{\tau}) \quad (5)$$

حال می توان کارکرد های شاخص های دیگر را مطالعه کرد. ما  $f_{BS}$  را از طریق  $f_{NN}$  با دو ویژگی ورودی  $M$  و  $\sigma_{impl} \sqrt{\tau}$  آموزش دیده جهت حداقل کردن عبارات معادله (۲) جایگزین می کنیم. این حالت، متناظر با تخمین غیر پارامتری نسبت پوشش ریسک بهینه است که سبب حداقل شدن خطای واریانس پوشش ریسک می شود. هدف مطالعه شبکه های عصبی مصنوعی، بررسی حجم قابل توجهی از داده های تاریخی موجود، قابلیت تقریب این شبکه ها و در مواردی، مفروضات غیرواقعی گرایانه از مدل های پارامتری اصلی است.

جهت تعیین عملکرد پوشش ریسک شبکه های عصبی، ما مدل های رگرسیون خطی را معرفی می کنیم که منجر به نسبت های پوشش ریسک خطی در چندین درجه حساسیت اختیار معامله می شود. اثر اهرم، همبستگی منفی بین قیمت اصلی و نوسان آن را بیان می کند. جهت نشان دادن اهمیت این موضوع، اختیار خرید را در نظر بگیرید و فرض کنید که با دلتا بلک شولز  $\delta_{BS} > 0$ ، پوشش داده شده است. اگر در حال حاضر قیمت شاخص اصلی صعود کند، در این صورت قیمت اختیار خرید و موقعیت پوشش ریسک افزایش می یابد. با توجه به اثر اهرم، نوسان اصلی (ضمنی) نیز به صورت مشابه کاهش می یابد و این عامل، تاثیری منفی بر قیمت اختیار معامله دارد. در واقع با برابری هر شاخص دیگر، قیمت های اختیار خرید و فروش با افزایش نوسان (ضمنی) آنها افزایش می یابد و شاخص وگا آنها، مثبت است. دلتا بلک شولز ( $\delta_{BS}$ )، این اثر اضافی را در نظر نمی گیرد. از آنجایی که ما صرفاً پوشش ریسک را با شاخص اصلی انجام می دهیم، تغییر آشکار این است که فقط تاحدی پوشش داده شود، یعنی از نسبت پوشش ریسک  $\delta_{LR} = a\delta_{BS}$  تخمین زده شده است، استفاده کنیم (در یک مجموعه آموزشی). در این خصوص،  $LR$  نشان دهنده رگرسیون خطی است. در این حالت، باید توجه داشت که می توان  $a > 1$  را برای اختیار فروش و  $a < 1$  را برای اختیار خرید در نظر گرفت.

عملکرد شبکه های عصبی مصنوعی و معیارها بر اساس قیمت های متوسط لحظه ای روزانه حاصل از اختیار معامله متریک و داده های لحظه ای بورس آلمان، ارزیابی می شود. همچنین ما طول  $\Delta t$  دوره پوشش ریسک را از ۱ ساعت تا ۲ روز تغییر می دهیم. به طور کلی، شبکه های عصبی مصنوعی عملکرد مطلوبی از حیث خطای میانگین مربعات نسبت به دلتا بلک شولز حتی در زمانی که این شاخص با نوسان ضمنی قراردادی استفاده می شود، دارد. با وجود این، استفاده از نسبت های پوشش ریسک رگرسیون خطی  $\delta_{LR}$  عملکرد بسیار بهتری نسبت به  $\delta_{NN}$  دارد. این شاخص ها منجر به کاهش ۲۰٪-۱۵٪ در خطای میانگین مربعات می شود. تفسیر این مشاهدات گویای آن است که درجات حساسیت اختیار معامله، در برگیرنده کلیه شاخص های غیر خطی مرتبط پیرامون داده های مورد نیاز برای پوشش ریسک است. بنابراین، شبکه عصبی قابلیت یادگیری اثر اهرم را دارد اما توانایی بهبود رگرسیون خطی ساده از جمله شاخص های درجه حساسیت اختیار معامله را ندارد. سوال این است که ما چه چیزی را آموخته ایم؟ ما ابتدا در مورد عملکرد برتر شبکه های عصبی مصنوعی نسبت به دلتا بلک شولز در مجموعه داده های واقعی، رضایت یافتیم. هنگام بررسی آنچه شبکه عصبی در حال یادگیری است، مدل های رگرسیون خطی به عنوان رقبای طبیعی پدیدار شده اند. این مدل های آماری بسیار ساده هستند و در مورد چنین مدلی، صرفاً دلتا بلک شولز با تعداد زیادی از مدل ها با چندین شاخص مشابه جایگزین می شود. با این حال، همان طور که می دانیم این مدل ها در منابع پژوهشی جهت تعیین مدل های پیچیده تر، استفاده نشده اند.

## ۲. قیمت های متوسط لحظه ای اس اند پی ۵۰۰

ما قیمت های روزانه پیشنهادی و درخواستی بسته شدن اختیارهای معامله خرید و فروش را در اس اند پی ۵۰۰ در بازه های زمانی ژانویه ۲۰۱۰ و ژوئن ۲۰۱۹ از ایشن متریکس، به دست آوردیم. ما قیمت متوسط را به عنوان قیمت واقعی بازار در نظر می گیریم.

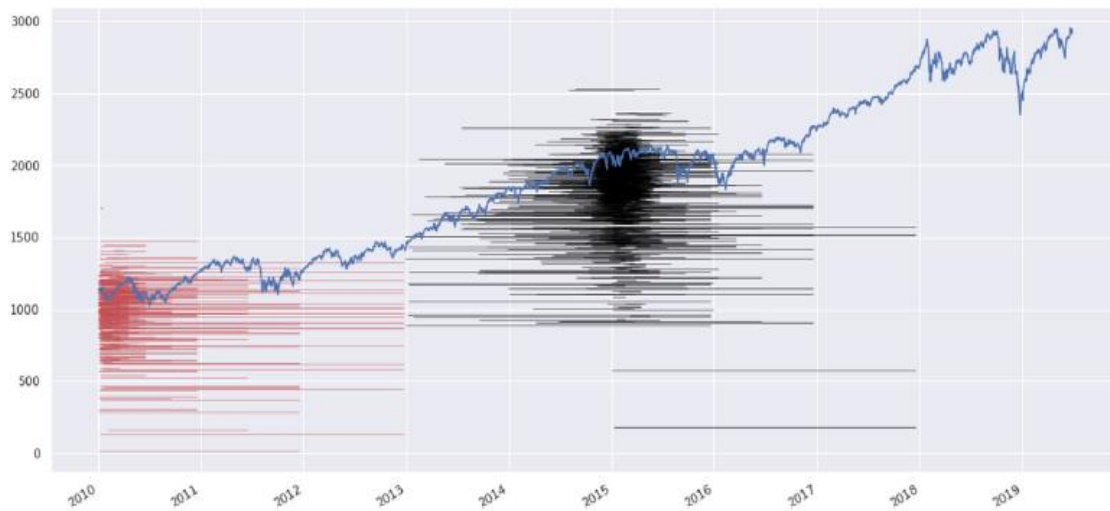
شکل نشان دهنده نمونه ای از اختیاراتهای معامله به دست آمده شامل اختیار فروش با مظنه قیمت در سه ماه نخست سال های ۲۰۱۰ یا ۲۰۱۵ است. درجات حساسیت برای بیشتر اختیاراتهای معامله ارائه شده و با داده های از دست رفته، جایگزین شدند. نتایج ارائه شده، کارایی مطلوبی جهت استفاده از درجات حساسیت محاسبه شده برای کلیه اختیاراتهای معامله یا درجات حساسیت ارائه شده توسط آپشن متریک دارند. نرخ های بهره مورد نیاز، از نرخ های ارائه شده آپشن متریک، درون یابی شدند. در مورد تاریخ های سررسید کمتر از یک هفته (که در این حالت آپشن متریک نرخ های متناظر را ارائه نمی کند)، از نرخ های تضمینی تامین مالی یک شبه بلومبرگ استفاده کردیم.

ما داده ها را در یک جدول به نحوی سامان داده ایم که هر سطر دقیقاً متناظر با یک مشاهده به صورت یک اختیار معامله در یک روز معاملاتی است (همراه با قیمت فردا جهت آموزش). ما نمونه های خاصی را حذف کردیم. به طور مثال، نمونه هایی با زمان - ارزش منفی، زمان سررسید کمتر از ۱ روز یا حجم معاملاتی صفر.

### ۳. داده های لحظه ای یورو استاکس ۵۰

ما از بورس آلمان که داده های لحظه ای اختیار معامله شاخص یورو استاکس ۵۰ و اختیار آتی را در بازه های زمانی بین ژانویه ۲۰۱۶ و جولای ۲۰۱۸ ارائه کردند، تقدیر می کنیم

در این بخش، چگونگی پردازش این داده ها را بیان می کنیم. اگر چندین معامله در یک بازه زمانی یکسان انجام شوند، در این صورت این سفارشات را جمع کرده و قیمت میانگین وزنی - حجمی را در نظر می گیریم. ما هر تراکنش اختیار معامله را با تازه ترین قیمت لحظه ای اختیار آتی و کوتاه ترین سر رسید تطبیق می دهیم (حجمی - وزنی اگر چندین معامله به صورت همزمان رخ دهند). این اختیارات آتی که لیکویید ترین اختیارات آتی محسوب می شوند، جهت پوشش موقعیت اختیار معامله استفاده می شوند.



شکل ۱. نمونه ای از اختیاراتهای فروش به دست آمده همراه با فرآیند قیمت اصلی (اس اند پی ۵۰۰) به رنگ آبی. صرفاً اختیار معاملاتی در نظر گرفته شده اند که حجم معامله آنها در برخی از روزهای معامله، بیش از ۱۰۰۰ است. هر بخش خط قرمز (سیاه) نشان دهنده یک اختیار فروش است که برآورد قیمت آن در نیمه نخست سال ۲۰۱۰ (۲۰۱۵) بوده است. قیمت اعمال متناظر به عنوان یک مقدار در محور y نشان داده شده است. تغییرات عمودی تصادفی کوچک جهت افزایش پدیداری اختیاراتهای معامله اضافه شده اند.

#### ۴. آماده سازی داده ها و راه اندازی آزمایشی

در این مطالعه، هدف ما تعیین نسبت پرچین  $\delta$  به عنوان تابعی از مقادیر قابل مشاهده برای به حداقل رساندن واریانس در یک دوره از سبد سهام پوشش دار

$$(5) \quad = \delta S_1 + (1 + r_{\text{onr}} \Delta t) (C_0 - \delta S_0) - C_1 V_1^\delta$$

است. در اینجا  $S_0$  و  $S_1$  نشان دهنده قیمت های ابزار پوشش ریسک در ابتدا و انتهای دوره هستند و  $C_0$  و  $C_1$  نشان دهنده قیمت های اختیار خرید یا فروش هستند. هدف ما ارزیابی عملکرد یک شبکه عصبی مصنوعی (ANN) در تعیین نسبت پوشش بر اساس قیمت های متوسط پایان روز و داده های تیک است. این نتایج با مدل های رگرسیون خطی برای محاسبه  $\delta$  مقایسه خواهند شد. برای هر مجموعه داده، داده ها را به مجموعه های آموزش و آزمایش تقسیم می کنیم. هر دو مدل شبکه های عصبی مصنوعی و معیار فقط با استفاده از داده های درون نمونه آموزش داده می شوند. واریانس سبد سهام پوشش داده شده با میانگین مربعات خطای پوششی (MSHE) تقریب زده شده است. عملکرد هر روش بر روی مجموعه داده خارج از نمونه با استفاده از متریک میانگین مربعات خطا ارزیابی می شود.

محاسبه میانگین مربعات خطا به شرح زیر است:

$$\text{var}(V_1^\delta) \approx \text{MSHE} = 1/N_{\text{test}} * \sum_{t=1}^{N_{\text{test}}} (100 * V_{t+1,j}^\delta / S_t)^2 \quad (6)$$

جایی که  $\delta$  با استفاده از شبکه های عصبی مصنوعی یا رگرسیون خطی مدل سازی می شود. نمایه سازی و عادی سازی توسط  $1/100$  برای مقایسه خطاها در مجموعه داده ها و دوره های زمانی انجام می شود. ضریب نرمال سازی  $S_t / 100$  امکان استانداردسازی اندازه گیری خطا را در بین گزینه ها و بازه های زمانی مختلف فراهم می کند.

برای آماده سازی داده ها، ما هر مجموعه داده را در یک چارچوب داده سازماندهی می کنیم و تمام نمونه های موجود را حذف می کنیم تا از تجزیه و تحلیل منسجم اطمینان حاصل کنیم. مجموعه داده اس اندپی ۵۰۰ به ۱۴ پنجره زمانی سه ساله با همپوشانی هر کدام با نسبت ۵:۱ داده های درون نمونه به خارج از نمونه تقسیم شده است. برای آموزش شبکه های عصبی مصنوعی، مجموعه نمونه ۹۰۰ روزه به ۷۲۰ روز آموزش و ۱۸۰ روز داده اعتبار تقسیم می شود. پنجره های زمانی ۱۸۰ روز یکبار جابه جا می شوند تا از همپوشانی در مجموعه خارج از نمونه جلوگیری شود. مجموعه داده یورواستاکس ۵۰ کوتاه تر است و نیازی به تقسیم به پنجره های زمانی ندارد، با نسبت ۴:۱:۱ داده های درون نمونه به خارج از نمونه تقسیم بندی می شوند.

در عمل، مدل ها معمولاً به دفعات بیشتر مانند هفتگی یا روزانه، بازآموزی می شوند. با توجه به محدودیت های محاسباتی، ما هر ۱۸۰ روز یک بار در این مطالعه هر دو مدل شبکه های عصبی مصنوعی و معیار را دوباره آموزش می دهیم. مدل های معیار به همان شیوه رفتار می شوند و در فواصل زمانی مشابه شبکه های عصبی مصنوعی بازآموزی می شوند.

### HedgeNet

تحقیقات گسترده ای در مورد استفاده از شبکه های عصبی مصنوعی (ANN) در قیمت گذاری اختیار معاملات و پوشش ریسک انجام شده است. در پژوهشی شبکه های عصبی مصنوعی را به عنوان یک جایگزین ناپارامتری برای قیمت گذاری اختیار معامله پیشنهاد کردند و نشان دادند که حتی شبکه های عصبی کوچک با گره های کمی نیز می توانند عملکرد خوبی داشته باشند. شبکه عصبی مورد استفاده در این مطالعه، به نام HedgeNet، بر تنظیمات یک دوره ای تمرکز می کند و به جای محاسبه قیمت اختیار معامله، مستقیماً ویژگی های آن را به نسبت پوشش دهی  $\delta_{\text{NN}}$  نگاشت می کند. معماری HedgeNet شامل یک شبکه عصبی پیش خور چند لایه (FCNN) با دو لایه پنهان، فعال سازی ReLU و یک گره خروجی خطی برای  $\delta_{\text{NN}}$  است. سپس یک ماژول

تبدیل غیرقابل آموزش  $\delta_{NN}$  را به یک مقدار تکرار تبدیل می‌کند، که می‌تواند با به حداقل رساندن تفاوت‌های مجذور، به قیمت‌های اختیاری معامله مشاهده شده آموزش داده شود.

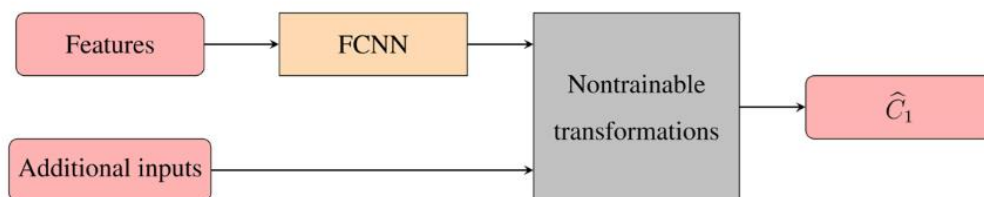
## ۵. معماری HedgeNet، پیاده‌سازی و آموزش آن

، ما از یک رویکرد شبکه عصبی دو بخشی برای به دست آوردن مستقیم نسبت پوشش طبق شکل و HedgeNet در معماری شکل ۳ استفاده می‌کنیم. بخش اول یک شبکه عصبی پیش‌خور چند لایه کاملاً متصل (FCNN) با دو لایه پنهان از ۳۰ گره است که توسط فعال‌سازی واحد خطی اصلاح‌شده (ReLU) به هم متصل شده‌اند. خروجی FCNN یک گره خطی است که مطابق با نسبت پوششی است که به عنوان  $\delta_{NN}$  نشان داده شده است. معماری‌های مختلف، از جمله تغییرات در تعداد گره‌ها و لایه‌های پنهان، آزمایش شدند، اما نتیجه‌گیری کلی ثابت ماند.

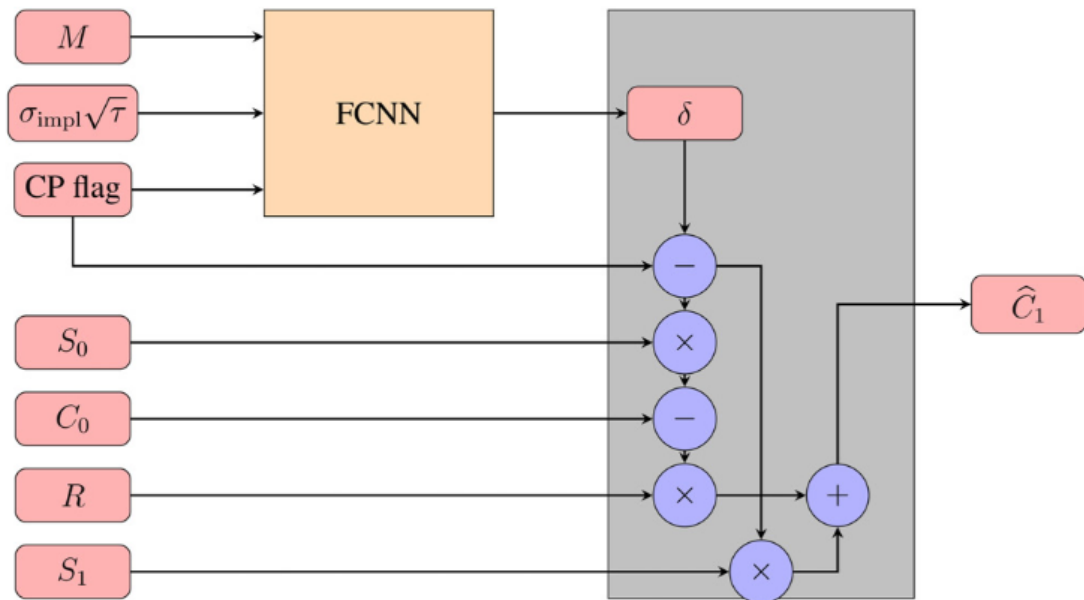
بخش دوم HedgeNet یک ماژول تبدیل غیرقابل آموزش است که با اعمال معادله (۱) و در نظر گرفتن پرچم نوع اختیار معامله (۱) برای فروش (put)، ۰ برای خرید (call) برای حفظ برابری خرید-فروش، نسبت پوششی  $\delta_{NN}$  را به مقدار تکرار  $\hat{C}_1$  تبدیل می‌کند. این ماژول از تبدیل‌های وابسته تشکیل شده است و بر ویژگی تقریب جهانی شبکه عصبی تأثیر نمی‌گذارد.

پیاده‌سازی HedgeNet با استفاده از چارچوب‌های یادگیری عمیق پایتون با تنسورفلور و کراس روی صفحه نمایش با شتاب GPU انجام می‌شود. استانداردهای ورودی‌ها، مقدار دهی اولیه وزن‌ها و بهینه‌سازی آدام در طول تمرین اعمال می‌شود.

سه مجموعه ویژگی مختلف برای بخش قابل آموزش HedgeNet در نظر گرفته شده است. اولین مجموعه شامل نسبت مالی (M)، جذر واریانس ضمنی کل ( $\sigma_{imp\sqrt{\tau}}$ ) و پرچم فراخوانی است. استفاده از نسبت مالی به جای قیمت پایه و قیمت اعتصاب به طور جداگانه عملکرد تعمیم را به دلیل ماهیت ثابت آن بهبود می‌بخشد. مجموعه ویژگی دوم شامل دلتا ( $\delta_{BS}$ )، وگا ( $V_{BS}$ )،  $1/\sqrt{\tau}$  و پرچم خرید-فروش برای ثبت اثر اهرمی است. مجموعه ویژگی سوم علاوه بر دلتا و وگا، وانا ( $V_{\alpha BS}$ ) را نیز در خود جای داده است. نتایج تجربی نشان می‌دهد که معماری و مجموعه ویژگی‌های HedgeNet نسبت‌های مصنوعی‌سازی دقیقی را به دست می‌دهد، که امکان استراتژی‌های پوشش موثر در معاملات اختیار را فراهم می‌کند. طراحی دقیق و پیاده‌سازی عملکرد قوی، قابلیت اطمینان مدل شبکه عصبی را تضمین می‌کند.



شکل ۲. یک نمودار شماتیک از HedgeNet. ویژگی‌ها توسط یک شبکه عصبی پیش‌خور کاملاً متصل (FCNN) به یک موقعیت پوششی تبدیل می‌شوند. ورودی اضافی برای محاسبه مقدار  $\hat{C}_1$  سبدهاداری در حال تکرار استفاده می‌شود.



شکل ۳. یک ارائه شماتیک دقیق از HedgeNet می باشد. به یاد بیاورید که  $M=S_0/K$  نسبت مالی و  $\sigma_{impl}\sqrt{\tau}$  جذر واریانس ضمنی کل است. "CP flag" یک پرچم بولین برای اختیار معامله فروش برابر ۱ و برای اختیار معامله خرید برابر ۰ است. در مرحله بعد،  $S_0$  و  $S_1$  قیمت های پایه در ابتدا و انتهای دوره پوشش دهی هستند،  $C_0$  نشان دهنده قیمت اختیار معامله در ابتدای دوره، و  $C_1$  نشان دهنده ارزش تکرار است. در نهایت،  $R=1+r_{onr}$  بازده یک شبه بدون ریسک است

### معیار بلک شولز (BS<sup>1</sup>)

اکنون در مورد اینکه چگونه عملکرد پوشش دهی شبکه های عصبی مصنوعی را معیار قرار می دهیم، بحث می کنیم. یک معیار می تواند به هیچ وجه پوشش ریسک نداشته باشد، یعنی  $\delta=0$ . در این حالت، واریانس خطای پوشش فقط واریانس تغییر در قیمت اختیار معامله است. منطقی تر این است که از دلتا بلک شولز به دست آمده از فرمول بلک شولز به عنوان معیار استفاده کنید. پوشش ریسک از طریق دلتا بلک شولز یک معیار استاندارد است که در آن از نوسانات ضمنی برای به دست آوردن پوشش استفاده می شود. با این حال، پوشش گسسته با استفاده از دلتا بلک شولز می تواند منجر به خطا شود، حتی اگر داده ها از مدل بلک شولز شبیه سازی شده باشند.

برای بهبود دلتا بلک شولز، می توانیم حساسیت های دیگری مانند گاما و وانا را پوشش دهی کنیم. یک مدل آماری را می توان به صورت زیر:

$$\delta = a\delta_{BS} + bV_{BS} + cV_{ABS} + d\partial_{BS} \quad (7)$$

فرموله کرد، که در آن  $a, b, c, d$  برای خرید و فروش ها به طور جداگانه در هر مجموعه درون نمونه تخمین زده می شوند. ما همچنین نسبت پوشش پیشنهادی را که توسط فرمول زیر ارائه شده است، درج می کنیم:

$$\delta_{HW} = \delta_{BS} + V_{BS} / \sqrt{\tau} S (a + b\delta_{BS} + c\delta_{BS}^2) \quad (8)$$

که در آن  $\tau$  تاریخ سررسید است.

<sup>1</sup> black-Scholes Benchmark

علاوه بر این، ما یک مدل "Relaxed Hull-White" را معرفی می‌کنیم که در آن ضریب جلوی  $\delta_{BS}$  به یک محدود نمی‌شود. این مدل‌ها «آماری» در نظر گرفته می‌شوند زیرا نسبت پوششی صرفاً از ملاحظات آماری به دست می‌آید.

سایر معیارهای ممکن می‌تواند شامل نسبت های پوششی مشتق شده از مدل های پارامتریک مانند مدل های نوسانات تصادفی باشد. نشان داده شده است که این مدل ها فقط در برخی موارد بهتر از دلتا بلک شولز عمل می‌کنند. ما همچنین دو معیار خطی

$$\delta_1 = aM + b\sigma_{impl}\sqrt{\tau} + c \quad (9)$$

$$\delta_2 = N(aM + b\sigma_{impl}\sqrt{\tau} + c) \quad (10)$$

را در نظر گرفتیم. اما دریافتیم که آنها بسیار بدتر از دلتای بلک شولز عمل می‌کنند. به طور خلاصه، ما مدل‌های رگرسیون خطی مختلفی را برای محک زدن عملکرد پوشش‌دهی شبکه‌های عصبی مصنوعی ایجاد کرده‌ایم. این مدل‌ها حساسیت‌ها و پارامترهای مختلفی را برای بهبود دلتا بلک شولز سنتی در نظر می‌گیرند.

## ۶. نتایج

در این قسمت نتایج عملکرد مدل‌های مختلف آماری پوشش‌ریسک را بر حسب کاهش میانگین مربعات خطا بیان می‌کنیم. به طور کلی، نسبت های پوشش‌ریسک شبکه‌های عصبی عملکرد بهتری نسبت به مدل های رگرسیون خطی ندارند. در مجموعه داده اس اندپی ۵۰۰، رگرسیون های هال-وایت و دلتا-وگا-وانا بهترین عملکرد را دارند به نحوی که رگرسیون هال-وایت عملکرد بهتری در دوره زمانی پوشش ریسک یک روزه داشته و رگرسیون دلتا-وگا-وانا عملکرد بهتری را در دوره تناوب دو روزه نشان می‌دهد. رگرسیون دلتا-وگا-گاما-وانا در مجموعه داده یورو استاکس ۵۰، بهترین عملکرد را از خود نشان می‌دهد. با این حال، تفاوت بین این رگرسیون های خطی با سه یا چهار ضریب، از نظر آماری یا اقتصادی معنادار نیستند.

شایان ذکر است که هر نمونه داده به نحوی نرمال شده است که قیمت اصلی  $S_t$  در زمان  $t=0$ ، ۱۰۰ است. در این صورت می‌توان خطاهای مطلق پوشش‌ریسک را در مجموعه داده‌های مختلف مقایسه کرد. همچنین توجه شود که ما صرفاً اختیارات خرید و فروش در زیان (در سود) را در نظر گرفته ایم.

## پیشنهادات آتی

کارهای آینده برای این تحقیق می‌تواند شامل موارد زیر باشد:

۱- ترکیب منابع داده اضافی: استفاده از منابع داده اضافی مانند احساسات اخبار مالی، احساسات رسانه های اجتماعی یا شاخص های اقتصادی را برای افزایش دقت پیش بینی مدل شبکه عصبی کاوش کنید. با گنجاندن این منابع، این مدل می‌تواند احساسات بازار گسترده‌تر و رویدادهای بالقوه بازار را به تصویر بکشد.

۲- ادغام تکنیک های یادگیری عمیق: استفاده از تکنیک‌های یادگیری عمیق، مانند شبکه های عصبی مکرر (RNN) یا شبکه‌های عصبی کانولوشن (CNN) را برای پیش بینی قیمت سهام و پوشش ریسک بررسی کنید. مدل‌های یادگیری عمیق در ثبت الگوهای پیچیده و وابستگی‌های زمانی در داده‌های متوالی، که برای داده‌های بازار سهام قابل اعمال است، نویدبخش است.

۳- پیش‌بینی و معاملات بی‌درنگ: یک سیستم پیش‌بینی و معاملات بی‌درنگ ایجاد کنید که مدل شبکه عصبی آموزش‌دیده را در خود جای دهد. این سیستم می‌تواند به طور مداوم شرایط بازار را رصد کند، پیش‌بینی‌ها را در زمان واقعی به روز کند و معاملات را به صورت خودکار بر اساس استراتژی های مدیریت ریسک از پیش تعریف شده انجام دهد.

۴- **روش‌های مجموعه و ترکیب مدل:** استفاده از روش‌های مجموعه‌ای، مانند بسته‌بندی یا تقویت، برای ترکیب چندین شبکه عصبی یا سایر مدل‌های یادگیری ماشین برای بهبود دقت پیش‌بینی را بررسی کنید. یکپارچه سازی می تواند به کاهش خطر بیش از حد برآزش و افزایش استحکام مدل کمک کند.

۵- **توضیح پذیری و تفسیر پذیری:** روش هایی را برای افزایش تفسیرپذیری پیش بینی های مدل شبکه عصبی بررسی کنید. این به دینفعان امکان می‌دهد تا عوامل و ورودی‌هایی را که بیشتر در تصمیم‌گیری‌های مدل نقش دارند، درک کنند و اعتماد و پذیرش در برنامه‌های کاربردی دنیای واقعی را تسهیل می‌کند.

۶- **یادگیری انتقال و تطبیق دامنه:** کاربرد تکنیک های یادگیری انتقالی را بررسی کنید، جایی که دانش به دست آمده از آموزش در یک بازار سهام می‌تواند با داده های محدود به دیگری منتقل شود. این می‌تواند به غلبه بر چالش‌های کمبود داده و بهبود عملکرد پیش بینی در بازارهای سهام در حال ظهور یا کمتر مطالعه شده کمک کند.

۷- **در نظر گرفتن رویدادهای ژئوپلیتیکی و عوامل کلان اقتصادی:** رویدادهای ژئوپلیتیکی و عوامل کلان اقتصادی را که می‌توانند به طور قابل توجهی بر پویایی بازار سهام تأثیر بگذارند، در بر گیرند. این می‌تواند شامل توسعه تکنیک های جدید برای استخراج بینش از مقالات خبری، گزارش های اقتصادی یا گفتگوهای رسانه های اجتماعی برای بهبود قابلیت های پیش بینی مدل در پاسخ به چنین رویدادهایی باشد.

## منابع

1. P. C. Andreou, C. Charalambous, and S. H. Martzoukos. Pricing and trading European options by combining artificial neural networks and parametric models with implied parameters. *European Journal of Operational Research*, ۱۸۵(۳):۱۴۱۵-۱۴۳۳, ۲۰۰۸.
2. P. C. Andreou, C. Charalambous, and S. H. Martzoukos. Generalized parameter functions for option pricing. *Journal of Banking & Finance*, ۳۴(۳):۶۳۳-۶۴۶, ۲۰۱۰.
3. J. Bennell and C. Sutcliffe. Black-Scholes versus artificial neural networks in pricing FTSE ۱۰۰ options. *Intelligent Systems in Accounting, Finance & Management: International Journal*, ۱۲(۴):۲۴۳-۲۶۰, ۲۰۰۴.
4. L. Blynski and A. Faseruk. Comparison of the effectiveness of option price forecasting: Black-Scholes vs. simple and hybrid neural networks. *Journal of Financial Management & Analysis*, ۱۹(۲):۴۶-۵۸, ۲۰۰۶.
5. C. Boek, P. Lajbcygier, M. Palaniswami, and A. Flitman. A hybrid neural network approach to the pricing of options. In *Proceedings of ICNN'۹۵-International Conference on Neural Networks*, volume ۲, pages ۸۱۳-۸۱۷. IEEE, ۱۹۹۵.
6. F. Black. Studies of stock market volatility changes. *Proceedings of the American Statistical Association Business and Economic Statistics Section*, ۱۹۷۶.
7. C. Dugas, Y. Bengio, F. Belisle, C. Nadeau, and R. Garcia. Incorporating functional knowledge in neural networks. *Journal of Machine Learning Research*, ۱۰(Jun):۱۲۳۹-۱۲۶۲, ۲۰۰۹.
8. R. Garcia and R. Gencay. Pricing and hedging derivative securities with neural networks and a homogeneity hint. *Journal of Econometrics*, ۹۴(۱-۲):۹۳-۱۱۵, ۲۰۰۰.
9. J. Hull and A. White. Optimal delta hedging for options. *Journal of Banking & Finance*, ۸۲:۱۸۰-۱۹۰, ۲۰۱۷.
10. J. M. Hutchinson, A. W. Lo, and T. Poggio. A nonparametric approach to pricing and hedging derivative securities via learning networks. *The Journal of Finance*, ۴۹(۳):۸۵۱-۸۸۹, ۱۹۹۴.
11. P. Henry-Labord'ere. Generative models for financial data. SSRN ۳۴۰۸۰۰۷, ۲۰۱۹.
12. M. Malliaris and L. Salchenberger. A neural network model for estimating option prices. *Journal of Applied Intelligence*, ۳(۳):۱۹۳-۲۰۶, ۱۹۹۳b.

۱۳. F. Mostafa and T. Dillon. A neural network approach to option pricing. WIT Transactions on Information and Communication Technologies, ۴۱:۷۱-۸۵, ۲۰۰۸.
۱۴. P. Testing the monotonicity property of option prices. The Journal of Derivatives, ۱۴(۲):۶۱-۷۶, ۲۰۰۶.
۱۵. J. Ruf, W. Wang, Hedging with linear regressions and neural networks, Journal of Business & Economic Statistics, ۲۰۲۱.